

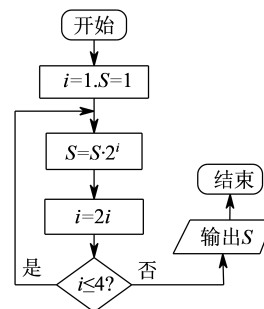
2018年天津河东区理科高三二模数学试卷

一、选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分）

1. 在复平面内，复数 $z = \frac{1-i}{i}$ (i 是虚数单位) 对应的点位于 () .

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. 执行图所示的程序框图，则 S 的值为 () .



- A. 16 B. 32 C. 64 D. 128

3. 若实数 x, y 满足条件 $\begin{cases} x \geq 1, \\ y \geq 0, \\ 2x + y \leq 6, \\ x + y \geq 2 \end{cases}$, 则 $z = 2x - y$ 的最大值为 () .

- A. 10 B. 6 C. 4 D. -2

4. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则 “ $|x| - 1 > 2x$ ” 是 “ $\frac{1}{x+1} \leq 0$ ” 的 () .

- A. 必要不充分条件 B. 充分不必要条件
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

5. 双曲线方程为 $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1$, 其中 $a > 0$, 双曲线的渐近线与圆 $(x-2)^2 + y^2 = 1$ 相切, 则双曲线的离心率为 () .

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. 函数 $f(x) = \cos^2\left(\frac{3}{4}\pi - x\right) - \frac{1}{2}$ 在下列区间单调递增的为 () .

- A. $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ B. $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ C. $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$ D. $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$

7. 已知正实数 a, b, c 满足 $a^2 - ab + 4b^2 - c = 0$, 当 $\frac{c}{ab}$ 取最小值时, $a + b - c$ 的最大值为 () .

- A. 2 B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{1}{4}$

8. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x) + 1 = \frac{1}{f(x+1)}$, 当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = x$, 若在区间 $(-1, 1]$ 上方程 $f(x) - mx - m = 0$ 有两个不同的实根, 则实数 m 的取值范围是 () .

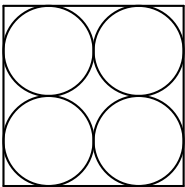
- A. $\left[0, \frac{1}{2}\right)$ B. $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ C. $\left[0, \frac{1}{3}\right)$ D. $\left(0, \frac{1}{2}\right]$

二、填空题（本大题共6小题，每小题5分，共30分）

9. 集合 $A = \{x|y = \sqrt{x-1}\}$, $B = \{x|x - a \geq 0\}$, $A \cap B = A$, 则 a 的取值范围是 _____ .

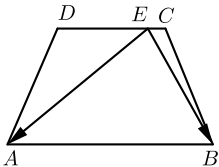
10. 在极坐标系中, 点 $(2, \frac{\pi}{3})$ 与圆 $\rho = 4 \cos \theta$ 的圆心的距离为 _____ .

11. 麻团又叫煎堆, 呈球形, 华北地区称麻团, 是一种古老的中华传统特色油炸面食, 寓意团圆, 制作时以糯米粉团炸起, 加上芝麻而制成, 有些包麻茸、豆沙等馅料, 有些没有. 一个长方体形状的纸盒中恰好放入4个球形的麻团, 它们彼此相切, 同时与长方体纸盒上下底和侧面均相切. 其俯视图如图所示, 若长方体纸盒的表面积为 576cm^2 , 则一个麻团的体积为 _____ cm^3 .



12. 一共有5名同学参加《我的中国梦》演讲比赛, 3名女生和2名男生, 如果男生不排第一个演讲, 同时两名男生不能相邻演讲, 则排序共有 _____ 种. (用数字作答)

13. 已知等腰梯形 $ABCD$ 如图所示, 其中 $AB = 8$, $BC = 4$, $CD = 4$, 线段 CD 上有一个动点 E , 若 $\vec{EA} \cdot \vec{EB} = -3$, 则 $\vec{EC} \cdot \vec{ED} =$ _____ .



14. 中国古代数学有着辉煌和灿烂的历史, 成书于公元一世纪的数学著作《九章算术》中有一道关于数列的题目: “今有良马与驽马发长安至齐. 齐去长安三千里. 良马处日行一百九十里, 日增十三里. 驽马日行九十七里, 日减半里. 良马先至齐, 复还迎驽马. 问几何日相逢及各行几何?” 根据你所学数列知识和数学运算技巧计算两马相逢时是在出发后的第 _____ 天 (写出整数即可) .

三、解答题 (本大题共6小题, 共80分)

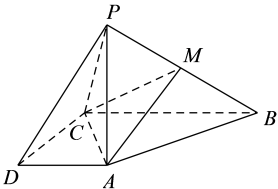
15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A 、 B 、 C 所对的边分别为 a 、 b 、 c , 已知 $\cos 2A = -\frac{1}{3}$, $c = \sqrt{3}$, $\sin A = \sqrt{6} \sin C$, 角 A 为锐角.

- (1) 求 $\sin A$ 与 a 的值.
- (2) 求 b 的值及三角形的面积.

16. 某中超足球队的后防线上一共有7名球员, 其中3人只能打中后卫, 2人只能打边后卫, 2人既能打中后卫又能打边后卫, 主教练决定选派4名后卫上场比赛. 假设可以随机派球员.

- (1) 在选派的4人中至少有2人能打边后卫的概率.
- (2) 在选派的4人中既能打中后卫又能打边后卫的人数 ζ 的分布与期望.

17. 如图, 在四棱锥 $P - ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AD \perp CD$, $BC = 2$, $AD = CD = 1$, M 是 PB 的中点.



(1) 求证： $AM \parallel$ 平面 PCD .

(2) 求证：平面 $ACM \perp$ 平面 PAB .

(3) 若 PC 与平面 ACM 所成角为 30° , 求 PA 的长 .

18. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 + a_4 = 3(a_1 + a_3)$, $a_{2n} = 3a_n^2$, $n \in \mathbf{N}^*$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 .

(2) 数列 $\{b_n\}$ 满足 $\frac{b_1}{a_1} + \frac{b_2}{a_2} + \cdots + \frac{b_n}{a_n} = n^2$, $n \in \mathbf{N}^*$, 求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的一个焦点为 $F(2, 0)$, 且离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

(1) 求椭圆方程 .

(2) 斜率为 k 的直线 l 过点 F , 且与椭圆交于 A, B 两点, P 为直线 $x = 3$ 上的一点, 若 $\triangle ABP$ 为等边三角形, 求直线 l 的方程 .

20. 已知函数 $f(x) = (x - a)^2(x - b)$, $a \in \mathbf{R}$, $b \in \mathbf{R}$.

(1) 若 $a = 1$, $b = 2$, 求函数在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程 .

(2) 求函数的单调区间 .

(3) 若 $a < b$, 任取 $x_0 \in [a, b]$ 存在实数 m 使 $|f(x_0)| \leq m$ 恒成立, 求 m 的取值范围 .